

OMTENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 2

2011-04-08

Skrivtid: 9.00-14.00

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

OBS! Glöm inte att ange nödvändiga antaganden överallt.

Uppgift 1. (20 poäng)

Enligt en genetisk teori, Mendels lag, skulle en viss hybridrosbuske ge upphov till rosa, vita och röda blommor i proportionerna 2:1:1. I ett experiment planterades 120 buskar. Av dessa plantor fick 75 stycken rosa blommor, 20 stycken vita blommor och 25 stycken röda blommor. Ger dessa data stöd för Mendels lag? Genomför ett lämpligt test med signifikansnivån 5 %.

Uppgift 2. (20 poäng)

Du har bestämt dig för att hyra bil i en vecka. Du kan välja att teckna en skadekostnadsreducering för 490 kr eller att hyra bilen utan skadekostnadsreducering. Självrisken vid trafikskada är 1500 kr med skadekostnadsreducering och 12000 kr utan skadekostnadsreducering. Om bilen råkar ut för en lätt trafikskada är reparationskostnaden 6000 kr och om bilen råkar ut för en svår trafikskada är reparationskostnaden 30000 kr.

a) Sätt upp beslutsmatrisen.

b) Om du bedömer att sannolikheten att råka för en lätt trafikskada är 0.015 och att sannolikheten att råka för en svår trafikskada är 0.001, bör du då välja att teckna skadekostnadsreduceringen?

Uppgift 3. (20 poäng)

För att öka effektiviteten i förpackningsavdelningen vid en skofabrik får nyanställda genomgå ett speciellt träningsprogram innan man börjar arbetet med att förpacka skor. En förman på skofabriken har föreslagit ett nytt träningsprogram som förhoppningsvis är bättre än det gamla. För att jämföra de två programmen har nio nyanställda fått genomgå det gamla programmet och nio andra nyanställda har fått genomgå det nya programmet. Efter att programmen har avslutats har man mätt hur lång tid det tar för en anställd att förpacka ett par skor. De observerade tiderna i minuter visas i tabellen nedan. Antag att förpackningstiderna är approximativt normalfördelade, att varianserna för de två träningsprogrammen är approximativt lika och att observationerna är stokastiskt oberoende av varandra.

Program	Observerade tider i minuter									
Gamla	3.2	3.7	3.5	2.8	4.1	4.4	3.5	3.1	3.4	
Nya	3.5	3.1	2.9	2.5	3.4	4.0	2.7	3.2	3.1	

- a) Uppskatta skillnaden i medeltid mellan programmen med ett 95 %-igt konfidensintervall.
- b) Kan du dra slutsatsen att något av de två programmen är att föredra? Motivera ditt svar.

Uppgift 4. (20 poäng)

Inför sommaren lanserar Stockholms glassbar två nya glassar: Bitter lemon och Raspberry yoghurt. Trettio personer får testa båda glassarna och välja en favoritsmak. Tabellen nedan visar + om testpersonen föredrar Bitter lemon och – om testpersonen föredrar Raspberry yoghurt.

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Preferens	–	–	+	–	+	+	–	–	+	+	–	+	–	–	–
Person	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Preferens	+	–	+	+	+	–	–	+	–	+	+	+	+	–	–

- a) Gör en uppskattning av proportionen som föredrar Bitter lemon.
- b) Testa om data indikerar att proportionen som föredrar Bitter lemon är lika stor som proportionen som föredrar Raspberry yoghurt. Använd signifikansnivån 5 %.

Uppgift 5. (20 poäng)

Temperaturen vid tillverkning av en plastmodul är en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärdet μ och variansen $\sigma^2 = 16$. Om processen är under kontroll är $\mu = 75$ grader medan förväntad temperatur sjunker till $\mu = 70$ grader om ett värmeelement går sönder. För att undersöka om elementet fungerar tar man $n = 9$ observationer på temperaturen och prövar nollhypotesen

$$H_0 : \mu = 75$$

mot alternativhypotesen

$$H_A : \mu = 70$$

Nollhypotesen förkastas om medelvärdet av observationerna understiger 72.27 grader.

a) Bestäm testets signifikansnivå.

b) Bestäm testets styrka.

Formler

Räknerregler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a , b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c + X) &= c + E(X) \\E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c + X) &= V(X) \\V(aX + bY) &= a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ där alla $X_1, X_2, \dots, X_n$ är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2 :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektur:

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

Urvalsvariens:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$